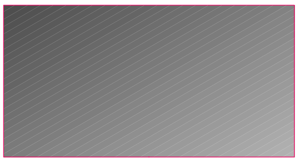
ÁREA DE FIGURAS PLANAS – QUESTÕES RESOLVIDAS

01. Qual é a área da região retangular cujas medidas são 24 m por 12,5 m?
Resolução:
A figura ilustra o retângulo.



Sua área será o produto da medida da base pela medida da altura. Logo:
A = 24 × 12,5 = 300 m²

02. Um terreno retangular tem 8,4 m por 15 m e está sendo gramado. Sabendo que um quilo de semente de grama é suficiente para gramar 3 m² do terreno, quantos quilos de semente de grama são necessário para gramar o terreno todo.
Resolução:
Suponhamos um terreno retangular como o mostrado na figura.

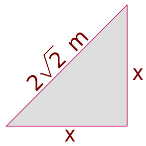
Sua área será o produto da medida da base pela medida da altura. Logo:
A = 15 × 8,4 = 126 m²
Como cada quilo de semente é suficiente para gramar apenas 3 m², devemos dividir a área por 3 para obter o total de quilos de semente.
Portanto, serão necessários $\frac{126}{3}$ = 42 kg de semente.

03. Determine a área de um retângulo, sabendo que este tem 46 cm de perímetro e que o comprimento excede em 7 cm a largura.
Resolução:
Vamos supor um retângulo como o que aparece na figura.

Podemos representar a largura por x e o comprimento por x + 7, pois o comprimento mede 7 cm a mais que a largura.
Dessa forma, $2x + 2(x+7) = 46 \Longrightarrow 4x + 14 = 46 \Longrightarrow$
$\Longrightarrow 4x = 46 - 14 \Rightarrow 4x = 32 \Longrightarrow x = 8$.

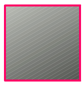
Dessa forma, os lados do retângulo serão 8 m e 15 m, e sua área será A = 15 × 8 = 120 cm².

04. Em um painel de publicidade está desenhado um triângulo retângulo isósceles cuja hipotenusa mede $2\sqrt{2}$ m. Se 60% da área desse triângulo já foi colorida, quantos m² desse triângulo foram coloridos?
Resolução:
A figura ilustra o triângulo retângulo e isósceles de hipotenusa $2\sqrt{2}$ m.



Aplicando o teorema de Pitágoras neste triângulo teremos:
$x^2 + x^2 = 8 \Longrightarrow 2x^2 = 8 \Longrightarrow x^2 = 4 \Longrightarrow x = \pm 2$. Como x é uma medida, então x = 2 m.
A área total do triângulo será:
$$A_T = \frac{2 \times 2}{2} = 2\ m^2$$
Dessa forma, os 60% que correspondem à área colorida serão dados por:
$$A_{COLOR} = \frac{60}{100} \times 2 = \frac{120}{100} \Longrightarrow A_{COLOR} = 1,2\ m^2$$

05. Para ladrilhar totalmente uma parede de 27 m² de área foram usadas peças quadradas de 15 cm de lado. Quantas peças foram usadas?
Resolução:
Cada peça usada era um quadrado de lado 15 cm, ou 0,15 m.



Dessa forma, a área de cada peça pode ser dada por A = 0,15 × 0,15 = 0,0225 m².
Vamos supor que foram usadas n peças iguais. Dessa forma:
$$0{,}0225n = 27 \Longrightarrow n = \frac{27}{0,0225} \Longrightarrow n = 1200 \text{ peças.}$$

06. A diferença entre os perímetros de dois quadrados é 32 m e a diferença entre as áreas é 176 m². Calcule as medidas dos lados desses quadrados.
Resolução:
Vamos considerar dois quadrados: um maior de lado x e um menor de lado y.

De acordo com a questão, teremos:
✔$4x - 4y = 32 \Longrightarrow x - y = 8$ ❶

✔ $x^2 - y^2 = 176 \Longrightarrow (x + y)(x - y) = 176 \Longrightarrow$
$8(x + y) = 176 \Longrightarrow x + y = 22$ ❷

Segue daí, pela equação ❶, que:
x = 8 + y.

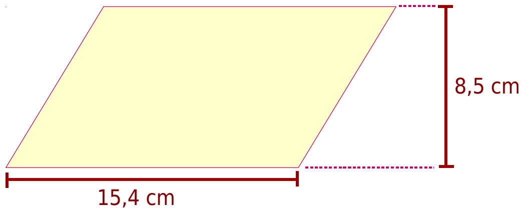
Substituindo na equação ❷, temos: 8 + y + y = 22. Daí temos: $2y = 22 - 8 \Longrightarrow 2y = 14 \Longrightarrow y = 7$ m.

Como x = 8 + y, então $x = 8 + 7 \Longrightarrow x = 15$ m.

Portanto, os lados dos quadrados medem x = 15 m e y = 7 m.

07. A região de uma cartolina é limitada por um paralelogramo que tem 15,4 cm de comprimento por 8,5 cm de largura. Qual é a área dessa região?

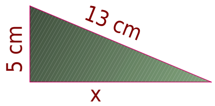
Resolução:
A figura ilustra uma representação para a referida cartolina.



Para obter sua área, multiplica-se a medida de sua base (comprimento) pela medida de sua altura (largura). Desse modo, teremos:
$A = 15{,}4 \times 8{,}5 = 130{,}9$ cm²

08. Qual é a área de um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 13 cm e um dos catetos mede 5 cm.

Resolução:
Inicialmente aplicamos o teorema de Pitágoras no triângulo ao lado para obter a medida do cateto x.

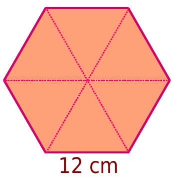


Dessa forma, temos:
$x^2 + 5^2 = 13^2 \Longrightarrow x^2 = 169 - 25 \Longrightarrow x^2 = 144 \Longrightarrow$
$\Longrightarrow x = 12$.

Como área de um triângulo retângulo é metade do produto dos catetos, que medem 12 cm e 5 cm, a área será:
$A = \dfrac{12 \times 5}{2} = \dfrac{60}{2} = 30 \Longrightarrow A = 30\ \text{cm}^2$.

09. Um hexágono regular tem 12 cm de lado. Determine a área desse hexágono.

Resolução:
A figura ilustra um hexágono regular de lado 12 cm.



A área de um hexágono de lado ℓ é dada por $A = \dfrac{3\ell^2\sqrt{3}}{2}$

Assim, a área desse hexágono será: $A = \dfrac{3 \cdot 12^2\sqrt{3}}{2}$, ou seja, $A = 216\sqrt{3}$ cm².

10. Calcule a área de um triângulo sabendo que dois dos seus lados medem 3 cm e 2 cm, e o ângulo formado entre eles é de 45°.

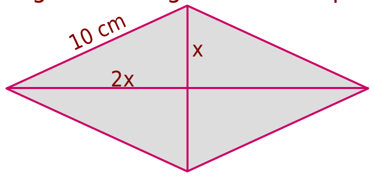
Resolução:
Nesse caso, a área será dada por $A = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{sen}\alpha$, onde a e b são as medidas dos lados e α é o ângulo entre os dois lados.
Dessa forma, teremos:
$A = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ cm² $\Longrightarrow A = \dfrac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \text{sen}45^\circ$

11. Um jardineiro prepara um canteiro em forma de losango cujas diagonais medem 3,20 m por 2,40 m. Qual é a área ocupada por esse canteiro?

Resolução:
Como a região tem forma de losango, a área será metade do produto de suas diagonais, ou seja:
$A = (3{,}20 \times 2{,}40) \div 2$
$A = 3{,}84$ m².

12. Um losango tem 40 cm de perímetro. Se a medida da diagonal maior é o dobro da medida da diagonal menor, determine a área desse losango.

Resolução
Como o perímetro é de 40 cm, cada lado do losango mede 10 cm.
Como a diagonal maior mede o dobro da menor, diremos que a maior mede 4x e a menor mede 2x.
Aplicando o teorema de Pitágoras na figura abaixo que ilustra a situação, temos:
$x^2 + (2x)^2 = 10^2$
$5x^2 = 100$
$x^2 = 20$.

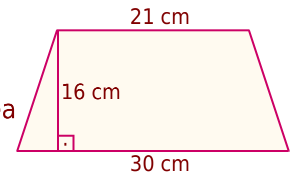


A área do losango será:
$A_L = \dfrac{2x \cdot 4x}{2} = 4x^2$

Como $x^2 = 20$, temos que a área será: $A = 4 \times 20 \Longrightarrow$
$\Longrightarrow A = 80$ cm².

13. Um trapézio tem bases que medem 30 cm e 21 cm. Sabendo que a altura desse trapézio mede 16 cm, determine sua área.

Resolução:
A figura ilustra a situação.
Como temos um trapézio, a área será dada por:



$A = \dfrac{(\text{Base Maior} + \text{Base Menor}) \times \text{Altura}}{2}$, logo:

$A = \dfrac{(30 + 21) \times 16}{2} \Longrightarrow A = 51 \times 8 \Longrightarrow A = 408\text{cm}^2$.

14. A área de um trapézio é 39 m². A base maior mede 17 cm e a altura 3 cm. Qual a medida da base menor?

Resolução:
A área de um trapézio é dada pela fórmula:

$A = \dfrac{(\text{Base Maior} + \text{Base Menor}) \times \text{Altura}}{2}$

Substituindo os valores, teremos:

$39 = \dfrac{(17 + b) \times 3}{2} \Longrightarrow 3(17 + b) = 78 \Longrightarrow 17 + b = \dfrac{78}{3}$
$\Longrightarrow 17 + b = 26 \Longrightarrow b = 26 - 17 \Longrightarrow b = 9$ m.

Portanto, a base menor mede 9 m.

15. O piso (ou fundo) de uma piscina circular tem 10 m de diâmetro (internamente). Calcule a área do piso desta piscina.

Resolução:
O piso é um círculo de raio 10 m. Logo sua área será:
$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$ m²

Podemos ainda fazer $\pi \approx 3{,}14$ e teremos:
$A = 25 \times 3{,}14 = 78{,}5\ \text{m}^2$

16. Qual é área do trapézio cujas medidas, em centímetros, estão indicadas na figura?

Resolução:

Inicialmente calculamos a altura desse trapézio aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo de catetos 5 e h, que tem hipotenusa 13 cm.

Aplicando, temos:

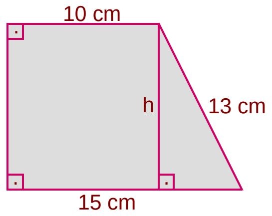
$5^2 + h^2 = 13^2$

$25 + h^2 = 169$

$h^2 = 169 - 25$

$h^2 = 144 \Longrightarrow h = \sqrt{144}$

$h = 12$ cm.

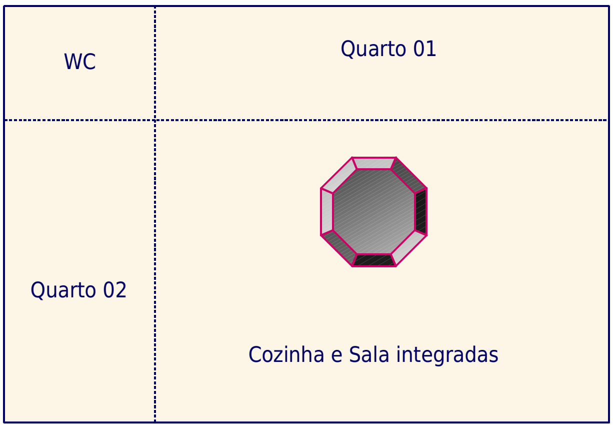


A área será dada por:

$$A = \frac{(\text{Base Maior} + \text{Base Menor}) \times \text{Altura}}{2}$$

$$A = \frac{(15+10) \times 12}{2} \Longrightarrow A = 25 \times 6 \Longrightarrow A = 150\text{cm}^2.$$

17. O projeto de uma casa é apresentado em forma retangular e dividido em quatro cômodos, também retangulares, conforme ilustra a figura seguinte.

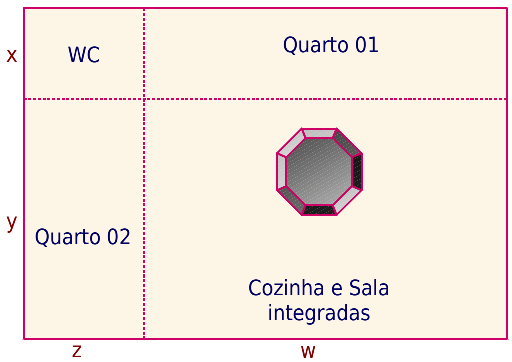


Sabendo que a área do banheiro (WC) é igual a 3 m² e que as áreas dos quartos 1 e 2 são, respectivamente, 9 m² e 8 m², então a área total do projeto desta casa, em metros quadrados, é igual a:

A) 24 B) 32 C) 44 D) 72 E) 56

Resolução:

Suponhamos a figura com as medidas seguintes:



Nesse caso, temos:

$xz = 3;$ ①

$xw = 9;$ ②

$yz = 8;$ ③

Dividindo ② por ①, temos $\frac{w}{z} = 3 \Longrightarrow w = 3z$ ④

Dividindo ③ por ①, temos $\frac{y}{x} = \frac{8}{3} \Longrightarrow y = \frac{8x}{3}$ ⑤

Fazendo wy, obtemos a área do quarto cômodo.

Com os valores obtidos em ④ e ⑤ e usando $xz = 3$, obtido em ①, temos:

$$wy = 3z \cdot \frac{8x}{3} = 8xz = 8 \times 3 = 24\text{m}^2$$

Portanto, a soma das áreas dos quatro cômodos será:

3 + 8 + 9 + 24 = 44 m²

Alternativa C

18. Determine a área do trapézio isósceles de perímetro 26 cm, que possui a medida de suas bases iguais a 4 cm e 12 cm.

Resolução:

Como o perímetro é 26 cm e as bases medem 4 cm e 12 cm, os lados inclinados medirão 5 cm cada um, conforme a figura.

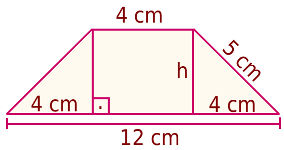
Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo, temos:

$h^2 + 4^2 = 5^2$

$h^2 = 25 - 16$

$h = \pm\sqrt{9}$

$h = 3$ cm



Aplicando a fórmula observada na questão 15 temos:

$$A = \frac{(12+4) \times 3}{2} \Longrightarrow A = 8 \times 3 \Longrightarrow A = 24\text{cm}^2.$$

19. O diâmetro de uma roda mede 0,60 m. Quantas voltas essa roda deve dar para percorrer uma distância de 3768 m? (Use π = 3,14)

Resolução:

O comprimento da roda é dado por $C = 2 \cdot \pi \cdot r$. Como a roda tem raio igual a 0,30 m, seu comprimento será

$C = 2 \times 3,14 \times 0,30 = 1,884$ m.

Como a cada volta ela percorre uma distância igual ao seu comprimento, para percorrer 3768 m, o número de voltas será:

$$N = \frac{3768}{1,884} = 2000 \text{ voltas.}$$

20. A área de um círculo é 12,56 m². Calcule a medida do comprimento da circunferência.

Resolução:

Temos $A = \pi \cdot r^2 \Longrightarrow 12,56 = 3,14 \cdot r^2$

Segue daí que:

$$3,14 \cdot r^2 = 12,56 \Longrightarrow r^2 = \frac{12,56}{3,14} \Longrightarrow r^2 = 4 \Longrightarrow r = 2$$

O comprimento será:

$C = 2 \cdot \pi \cdot r$. Portanto, temos $C = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 = 12,56$ m.

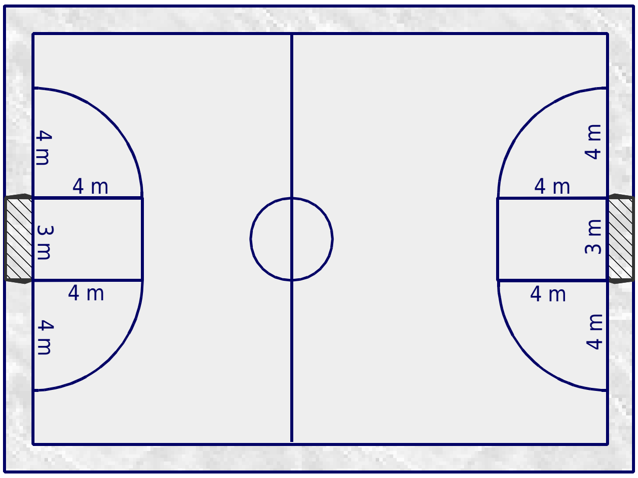
21. O raio de uma circunferência é dado por $r = \frac{3x}{2} - 5$ cm. Se o diâmetro mede 20 cm, determine x.

Resolução:

Sendo 20 cm o diâmetro, temos r = 10 cm. Logo:

$$\frac{3x}{2} - 5 = 10 \Longrightarrow \frac{3x}{2} = 15 \Longrightarrow 3x = 30 \Longrightarrow x = 10 \text{ cm.}$$

22. No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimento 11 m e 3 m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4 m), conforme a figura a seguir



A superfície da área de meta mede, aproximadamente,

A) 25 m² C) 37 m² E) 61 m²
B) 34 m² D) 41 m²

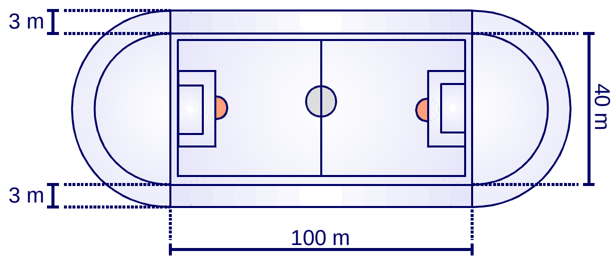
Resolução

A superfície da área de meta é formada por um retângulo de medidas 3 m e 4 m, cuja área é 12 m², e por dois quartos de círculo de raio 4 m, cada um com área $A = \frac{1}{4}\pi \cdot 4^2 = 4\pi = 12,56m^2$.

Portanto, a superfície total da área de meta mede 24,56 m², ou aproximadamente, 25 m².

Alternativa A

23. Em torno de um campo de futebol, construiu-se uma pista de atletismo com 3 metros de largura, cujo preço por metro quadrado é de R$ 500,00.



O custo total desta construção é:

A) R$ 300 000,00 D) R$ 502 530,00
B) R$ 202 530,00 E) R$ 667 030,00
C) R$ 464 500,00

Resolução:

A área retangular da pista tem área:

2 × 100 × 3 = 600 m².

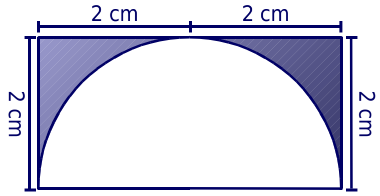
Na parte circular, há dois semicírculos, um de raio 20 m e outro de raio 23 m, que formam duas coroas semicirculares. A área dessas coroas é igual a:

$A = \pi \cdot (23^2 - 20^2) = 129\pi = 129 \times 3,14 = 405,06\ m^2$

Portanto temos 1005,06 m² de pista. O custo será de 1005,06 × 500 = R$ 502 530,00. Alternativa D.

24. A área da região hachurada vale:

A) $12\pi - 2$
B) $16 - 2\pi$
C) $9 - \pi$
D) $8 - 2\pi$
E) $4 - \pi$



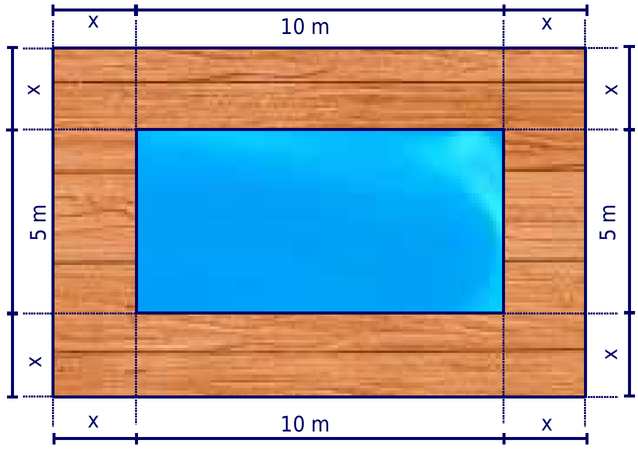
Resolução:

A figura é formada por um retângulo de base 4 cm e altura 3 cm e também por um semicírculo de raio 2 cm.

A superfície em destaque é formada quando “arrancamos” o semicírculo do retângulo. Sua área é dada por:

$A = 4 \times 2 - \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 = 8 - 2\pi$. Alternativa D.

25. Ao redor de uma piscina retangular com 10 m de comprimento por 5 m de largura, será construído um revestimento de madeira com x metros de largura, representado na figura a seguir.



Existe madeira para revestir 87,75 m². Qual deverá ser a medida x para que toda a madeira seja aproveitada?

A) 9,75 m C) 3,75 m E) 2,25 m
B) 7,25 m D) 3,25 m

Resolução:

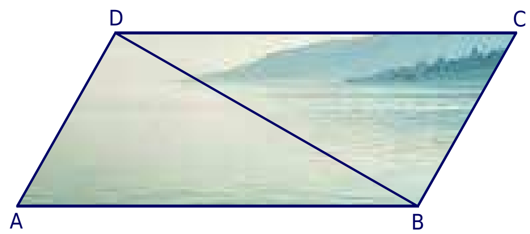
A área a ser feita de madeira corresponde a $4x^2 + 30x$.

Logo temos a equação: $4x^2 + 30x = 87,75$.

Resolvendo esta equação do 2º grau, obtemos:

$x = -\frac{39}{4}$ (não serve) ou $x = \frac{9}{4} = 2,25$. Alternativa E.

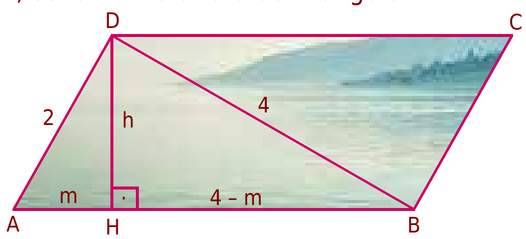
26. No paralelogramo ABCD, temos AB = DB = CD e $AD = \frac{1}{2} \cdot AB$. Se AB = 4cm, então a área do paralelogramo, em cm², é:



A) 8 C) $6\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{15}$
B) $4\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{3}$

Resolução:

Vamos considerar a figura seguinte e os triângulos ADH e BDH, sendo DH a altura do triângulo ABD.



➪ $m^2 + h^2 = 4 \Rightarrow h^2 = 4 - m^2$ ①
➪ $h^2 + (4 - m)^2 = 16 \Rightarrow h^2 = 8m - m^2$ ②

Igualando 1 e 2, temos $8m - m^2 = 4 - m^2 \Rightarrow m = ½$

Portanto, de ①, temos $h = \frac{\sqrt{15}}{2}$. Por fim, multiplicando a base pela altura tem-se a área. Alternativa E.